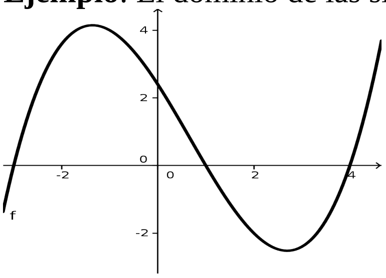
# Ejemplos resueltos de dominios de funciones

El dominio de una función $f(x)$ es el conjunto de números para los que la función se puede calcular.

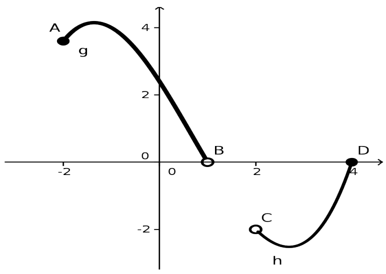
Si la función está dada como una gráfica, el dominio es el conjunto de puntos del eje X que tienen dibujada la gráfica (por encima, por debajo, o sobre el propio eje). Se sobrentiende que:

- una línea no acabada en un punto gordo continúa hasta el infinito con la misma forma.
- un punto gordo relleno es el final de un intervalo cerrado (con corchetes, contenido en la gráfica).
- un punto gordo vacío es el final de un intervalo abierto (con paréntesis, no contenido en la gráfica).
- Si la gráfica se acerca cada vez más a una recta, sin llegar a tocarla, esta recta se dibuja con trazos discontinuos.

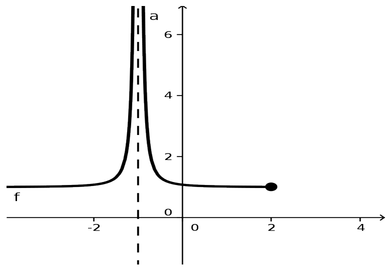
**Ejemplo**: El dominio de las siguientes funciones es:




$Dom(f)=\mathbb{R}$




$Dom(g)=[-2,\ 1)\cup(2,\ 4]$




$Dom(f)=(-\infty,-1)\cup(-1,\ 2]$

Si la función está dada con una fórmula, hay que asegurarse de que todas las operaciones son posibles. Si lo son, el dominio es el conjunto de todos los números reales.

**Ejemplo**: $f(x)=2x-5$ ; $g(x)=x^3-3x^2+4x-1$ ; $h(x)=\dfrac{x^2-4}{2}$ ; $i(x)=\sqrt[3]{2-x}$

El dominio de todas ellas es $\mathbb{R}$, porque todas esas operaciones pueden hacerse con cualquier valor de x.

Si hay una fracción, el denominador no puede ser 0 (¡está prohibido dividir entre 0!). Por lo tanto se iguala el denominador a 0, se resuelve la ecuación, y se quitan esos valores del conjunto $\mathbb{R}$ (se usa el mismo símbolo que la resta, pero escribiendo los números que se quitan entre llaves { } ).

**Ejemplo**: Calcula el dominio de la función real de variable real definida por: $f(x)=\dfrac{3x}{x^2-9}$

No puede ser el denominador igual a cero $\rightarrow x^2-9=0 \rightarrow x^2=9 \rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

Por tanto $Dom(f)=\mathbb{R}-\{-3,\ 3\}$

Si hay una raíz de índice par, lo que haya dentro de la raíz no puede ser negativo: debe ser 0 o positivo. Por lo tanto, se resuelve la inecuación que lo hace mayor o igual que 0, y el resultado obtenido (uno o varios intervalos) será el dominio.

**Ejemplo**: Calcula el dominio de $f(x)=\sqrt{6-2x}$ y $g(x)=\sqrt[4]{(x-1)\cdot(x+3)}$

Dominio de *f* : Debe ser $6-2x\geq 0 \;\rightarrow\; -2x\geq -6 \;\rightarrow\; x\leq\dfrac{-6}{-2} \;\rightarrow\; x\leq 3$ (recuerda que cambia el sentido del símbolo > por < al dividir entre negativo) Así $\boxed{Dom(f)=(-\infty,\ 3]}$

Dominio de *g* : Debe ser $(x-1)\cdot(x+3)\geq 0 \;\rightarrow$ Para resolverlo, se estudia cuando vale 0 y se dan valores entre medias, calculando los signos de los factores en una tabla.

$$(x-1)\cdot(x+3)=0 \;\rightarrow\; \begin{cases} x-1=0 \;\rightarrow\; x=1 \\ x+3=0 \;\rightarrow\; x=-3 \end{cases}$$

| | $-\infty$ | $-3$ 1 | $\infty$ |
|---|---|---|---|
| signo de (x – 1) | – | – | + |
| signo de (x + 3) | – | + | + |
| signo (x–1)·(x+3) | + | – | + |

Como era $(x-1)\cdot(x+3)\geq 0$ (es decir, 0 o positivo) se tiene $\boxed{Dom(g)=(-\infty,-3]\cup[1,\infty)}$